2.4.4 熱応力CAE事例（論理計算との比較）

図2.4.6を例に説明する。

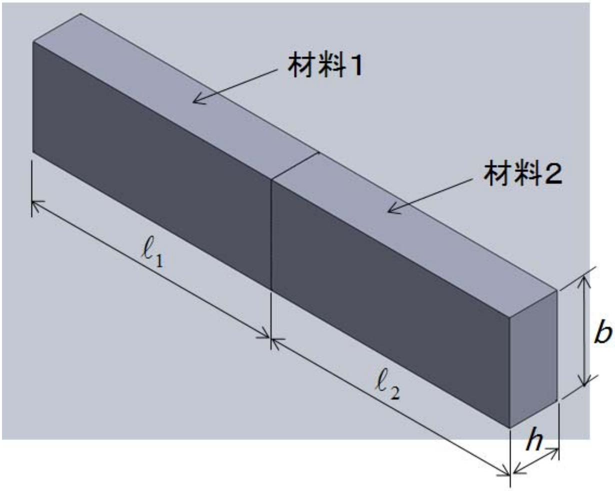

図2.4.6　熱応力解析モデル

ここで、形状は、$\ell_1 = \ell_2 = 50[mm], b = 20[mm], h = 10[mm]$,A＝ｂｈ

材料１ ﾔﾝｸﾞ率E_1＝2.32[GPa], ﾎﾟｱｿﾝ比ν_1＝0.39, 線膨張率α_1＝6.6e^{-5}[1/K]
材料２ ﾔﾝｸﾞ率E_2＝190[GPa], ﾎﾟｱｿﾝ比ν_2＝0.29, 線膨張率α_2＝1.8e^{-5}[1/K]
解析条件 : 温度を一律75[℃]から25[℃]に落とす。両端は固定。2部品は接着。

○まず、論理計算から行ってみる。

材料１が接着していないとした場合の縮み量

$$\Delta\ell_1 = \ell_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta T = 50 \times 6.6e^{-5} \times 50 = 0.165[mm]$$

材料２が接着していないとした場合の縮み量

$$\Delta\ell_2 = \ell_2 \cdot \alpha_2 \cdot \Delta T = 50 \times 1.8e^{-5} \times 50 = 0.045[mm]$$

総縮み量　$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = 0.165 + 0.045 = 0.210[mm]$

実際には、両端で固定されているため、縮んでいないので、$\Delta\ell$ は伸び量となる。その時の材料１の伸び量を $\Delta\ell'_1$、ひずみを ε_1、応力を σ_1、材料２の伸び量を $\Delta\ell'_2$、ひずみを ε_2、応力を σ_2 とすると、

$$\Delta\ell = \Delta\ell'_1 + \Delta\ell'_2 = 0.21[mm] \qquad \cdots(2.4.1)$$

力の釣り合いより、接合部にかかる荷重　$F = \sigma_1 A = \sigma_2 A$

$$\therefore E_1\varepsilon_1 = E_2\varepsilon_2$$

$$\therefore E_1 \frac{\Delta\ell'_1}{\ell_1(1-\alpha_1\cdot\Delta T)} = E_2 \frac{\Delta\ell'_2}{\ell_2(1-\alpha_2\cdot\Delta T)} = E_2 \frac{\Delta\ell - \Delta\ell'_1}{\ell_2\left(1-\alpha_2\Delta T\right)}$$

（式（2.4.1）より）

さらに解いていくと、$\ell_1 = \ell_2$ より、

$$\therefore \Delta\ell'_1 = \frac{E_2\Delta\ell}{\left(\frac{E_1}{1-\alpha_1\Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2\Delta T}\right)\left(1-\alpha_2\Delta T\right)}$$

$$\therefore \varepsilon_1 = \frac{\Delta\ell'_1}{\ell_1(1-\alpha_1\cdot\Delta T)} = \frac{E_2\Delta\ell}{\ell_1\left(\frac{E_1}{1-\alpha_1\Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2\Delta T}\right)\left(1-\alpha_1\cdot\Delta T\right)\left(1-\alpha_2\Delta T\right)}$$

$$\therefore \Delta \ell'_2 = \frac{E_1 \Delta \ell}{\left(\frac{E_1}{1-\alpha_1 \Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2 \Delta T}\right)(1-\alpha_1 \Delta T)}$$

$$\therefore \varepsilon_2 = \frac{\Delta \ell'_2}{\ell_2 (1-\alpha_2 \cdot \Delta T)} = \frac{E_1 \Delta \ell}{\ell_2 \left(\frac{E_1}{1-\alpha_1 \Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2 \Delta T}\right)(1-\alpha_1 \cdot \Delta T)(1-\alpha_2 \Delta T)}$$

応力は、σ$_1$＝σ$_2$で、また、上式を入力すると、

$$\therefore \sigma_1 = \sigma_2 = E_1 \varepsilon_1 = E_2 \varepsilon_2$$

$$= \frac{E_1 \Delta \ell'_1}{\ell_1 (1-\alpha_1 \cdot \Delta T)} = \frac{E_1 E_2 \Delta \ell}{\ell_1 \left(\frac{E_1}{1-\alpha_1 \Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2 \Delta T}\right)(1-\alpha_1 \cdot \Delta T)(1-\alpha_2 \Delta T)}$$

$$= \frac{E_2 \Delta \ell'_2}{\ell_2 (1-\alpha_2 \cdot \Delta T)} = \frac{E_1 E_2 \Delta \ell}{\ell_2 \left(\frac{E_1}{1-\alpha_1 \Delta T} + \frac{E_2}{1-\alpha_2 \Delta T}\right)(1-\alpha_1 \cdot \Delta T)(1-\alpha_2 \Delta T)}$$

$$\therefore \sigma_1 = \frac{2320 \times 190000 \times 0.21}{50\left(\frac{2320}{1-6.6e^{-5} \times 50} + \frac{190000}{1-1.8e^{-5} \times 50}\right)(1-6.6e^{-5} \times 50)(1-1.8e^{-5} \times 50)}$$

$$\fallingdotseq \left(\frac{92568000}{50 \times (2328+190171) \times 0.9967 \times 0.9991}\right) \fallingdotseq 9.66[MPa]$$

※仮に、材料２が全く伸びず、材料１だけが伸びたと仮定した場合、

$\ell'_1 = (50 - 0.165) = 49.835mm, \Delta\ell'_1 = 0.21mm, E_1 = 2328[MPa]$ なので、

$$\therefore \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 = E_1 \frac{\Delta\ell'_1}{\ell'_1} = 2328 \times \frac{0.21}{49.875} \fallingdotseq 9.80[\mathrm{MPa}]$$

と、材料２の伸びを考慮した時の値と差がない。上記の計算は、妥当と言える。

○解析結果を図 2.4.7 に示す。

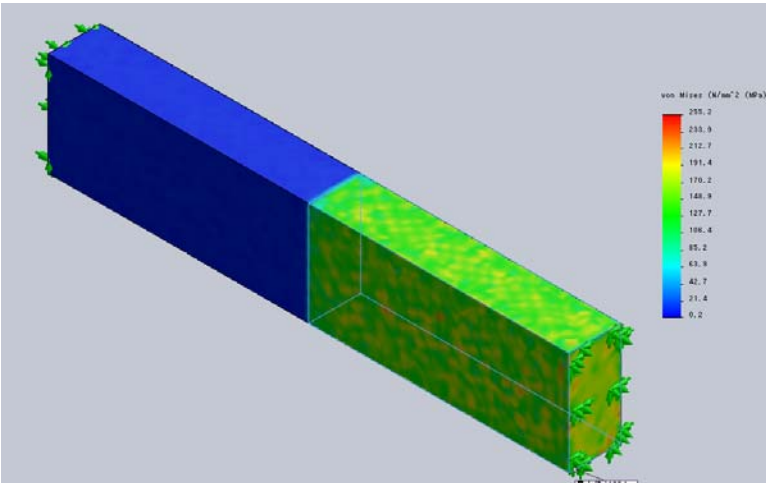

図 2.4.7　解析結果

　ＣＡＥ解析の方は、接合界面での応力集中とポアソン比の影響により接合部表面の最大応力 σ_{1max}＝255[MPa]の値を示した。

　論理計算による結果、σ＝9.66[MPa]とは差異があるが、論理計算は、接合部の応力集中とポアソン比を無視した計算になっているため、CAE の結果のほうが妥当な値が得られており、実態に合っているのではないかと考えられる。

感心した顔の
イラストを
入れてください。